

学校编码: 10384

分类号_____密级_____

学 号: 15320131152193

UDC_____

厦 门 大 学

硕 士 学 位 论 文

可检验贝叶斯更新规则

A Testable Theory of Bayesian Learning

李 杰

指导教师姓名: 龙 小 宁 教 授

专 业 名 称: 西 方 经 济 学

论文提交日期: 2016 年 4 月

论文答辩时间: 2016 年 4 月

学位授予日期: 2016 年 月

答辩委员会主席: _____

评 阅 人: _____

2016 年 月

厦门大学学位论文原创性声明

本人呈交的学位论文是本人在导师指导下,独立完成的研究成果。本人在论文写作中参考其他个人或集体已经发表的研究成果,均在文中以适当方式明确标明,并符合法律规范和《厦门大学研究生学术活动规范(试行)》。

另外,该学位论文为耿森教授课题(组)的研究成果。(请在以上括号内填写课题或课题组负责人或实验室名称,未有此项声明内容的,可以不作特别声明。)

声明人(签名):

年 月 日

厦门大学学位论文著作权使用声明

本人同意厦门大学根据《中华人民共和国学位条例暂行实施办法》等规定保留和使用此学位论文，并向主管部门或其指定机构送交学位论文（包括纸质版和电子版），允许学位论文进入厦门大学图书馆及其数据库被查阅、借阅。本人同意厦门大学将学位论文加入全国博士、硕士学位论文共建单位数据库进行检索，将学位论文的标题和摘要汇编出版，采用影印、缩印或者其它方式合理复制学位论文。

本学位论文属于：

（ ） 1. 经厦门大学保密委员会审查核定的保密学位论文，于 年 月 日解密，解密后适用上述授权。

（ ） 2. 不保密，适用上述授权。

（请在以上相应括号内打“√”或填上相应内容。保密学位论文应是已经厦门大学保密委员会审定过的学位论文，未经厦门大学保密委员会审定的学位论文均为公开学位论文。此声明栏不填写的，默认为公开学位论文，均适用上述授权。）

声明人（签名）：

年 月 日

可检验贝叶斯更新规则

[摘要]: 在不确定决策环境下, 随着独立的直接信息的增加, 遵循贝叶斯更新法则的决策者的事前期望效用水平会增加或者保持不变, 这是符合直觉的。然而, 客观来看, 贝叶斯决策者在获得更多直接信息后, 决策质量是否一定会增加或是保持不变? 这是一个非常基本的经济决策研究问题, 答案看起来显而易见, 事实却并非如此。本文将利用一个贝叶斯更新框架下的二元决策模型, 分析决策质量如何随信号数量的变化而发生改变。在此基础上推出一个可检验的结论, 从而分析贝叶斯决策框架作为人类决策的基本假设是否合理。

[关键词]: 贝叶斯更新 决策质量 周期性

A Testable Theory of Bayesian Learning

Abstract: A Bayesian agent updates his belief from his prior when he observe extra signals about the underlying state. We consider a simple setting in which the underlying state consists of two states and signals conditional on the true state are binary. In the subjective sense, the Bayesian agent attains a higher expected utility when he has more observations and the maximum of the expected utility will be obtained when he has in-finitely many independent observations and in turn uncover the underlying state of the world. In the objective sense, the Bayesian will make a right action decision when he has infinitely many independent observations. Our finding is that his decision quality is NOT a monotonic function of the number of observations. Nevertheless, his decision quality can decline at most for a certain number of extra observations. In other words, when the number of extra observations exceeds a certain threshold, his decision quality will improve. The threshold depends on the prior of the underlying state, the conditional probability of the binary signal conditional on the true state, and the agent's indifference curve.

Key Words: Bayesian learning; Decision quality; Periodicity

目录

一、引言	1
1.1 研究背景及意义.....	1
1.2 结构安排、创新及不足.....	2
二、文献综述与相关概念说明.....	5
2.1 有关贝叶斯决策理论的研究综述.....	5
2.2 有关贝叶斯更新的研究综述.....	5
2.3 有关稀缺注意力的研究综述.....	6
2.4 有关行为经济学的说明.....	7
2.5 有关实验经济学的说明.....	8
2.6 有关贝叶斯法则的说明.....	9
2.7 有关事前效用水平的说明.....	10
2.8 有关决策质量的说明.....	11
三、基本模型设定.....	12
3.1 基本设定.....	12
3.2 期望效用的单调性.....	13
3.3 先验条件下的个人决策.....	14
3.4 决策者在观察到一个信号后的决策.....	14
四、N 个信号的模型及数值模拟	16
4.1 简单数字例子.....	16
4.2 观察到 n 个信号后的模型	17
4.3 决策质量.....	19
4.4 数值模拟.....	19
五、决策质量与信号个数关系研究.....	23
5.1 极限情形.....	23

5.2 当 b 为有理数时的情形	24
5.3 当 b 为无理数的情形	34
六、模型结论说明及相关讨论.....	37
6.1 模型结论的进一步说明.....	37
6.2 有关周期的进一步讨论.....	38
6.3 模型进一步应用的讨论.....	39
6.4 关于比较静态实验设计的构想.....	39
6.5 文章缺陷和进一步研究方向.....	40
七、实验设计及相关说明.....	42
八、结论	45
致谢语	47
[参考文献]	48

Contents

1. Introduction	1
1.1 Research background and Significance	1
1.2 Structure arrangement, creation and scarcity	2
2. Literature Review and Relevant Concepts	5
2.1 Literatures of bayesian decision theory	5
2.2 Literatures of bayesian learning theory	5
2.3 Literatures of scarce attention	6
2.4 Introductions of behavioral economics	7
2.5 Introductions of experimental economics	8
2.6 Introductions of Bayes rule	9
2.7 Introductions of ex ante utility	10
2.8 Introductions of decision quality	11
3. The Model	12
3.1 Basic setups	12
3.2 The monotony of expected utility	13
3.3 Individual decision under prior	14
3.4 Individual decision after observing one signal	14
4. The Model of N Signals and Numerical Simulation	16
4.1 Simple example	16
4.2 The model of observing n signals	17
4.3 Decision quality	19
4.4 Numerical Simulation	19
5. The Study of Relations Between Decision Quality and Numbers of Signals	23
5.1 The limit case	23
5.2 The case when b is rational	24

5.3 The case when b is irrational.....	34
6. The Result of the Model and Discussions.....	37
6.1 Further discussions of the model.....	37
6.2 Further discussion of the cycle	38
6.3 Furthe application of the model	39
6.4 The conception of comparative static experiment design.....	39
6.5 The article defect and further research direction.....	40
7. Experimental design and related instructions.....	42
8. Conclusion	45
Acknowledgement	47
[References]	48

一、引言

1.1 研究背景及意义

在有关人类行为的研究中，人类决策行为一直是经济学研究的重点。而决策行为的研究发生如下演变：一开始是最简单的、确定环境下依托效用最大化假设、边际效用递减假设等假设所做出的一系列研究，逐渐变化到之后不确定环境下、依托期望效用的最大化假设而做的研究。演变的趋势是对于人类行为的研究假设逐步放松，因此研究的问题和结论更具有一般性。除了经济学之外，对决策问题的理解和描述，以及用所发现的更多规律来掌握和改善人类决策，也是心理学、社会学等一系列学科的一个重要目标。这一系列学科的融合，形成了现代经济学的重要分支，行为经济学。行为经济学致力于利用经济学思维，对人类行为作出更为准确的描述，并发现更多人类行为的规律特征。

同行为经济学一同发展的实验经济学则为行为经济学提供了一个强有力的工具，其利用严格的实验室环境，控制了很多经济学理论推导过程中无法完全涵盖的因素的干扰，如同物理学家对物理现象研究时进行变量控制一样。在这样的环境中对经济模型推导的结论进行验证，利用现实中个体在实验室中的行为，得出相关的数据，给经济理论一面真实的“镜子”，从而可以在更为真实的环境下讨论理论推导所得出的结论是否合适，进而在推理过程无误的情况下讨论理论假设是否合理，从而帮助研究者对现实中人类决策行为等一系列重要的经济学问题做出研究和探讨。

在人类决策的研究过程中，不论是过去的完全信息模型，或者是现在的不完全信息模型，过去假设的完全理性或是新近的各种不完全理性假设，研究者们可以确定的是随着决策者得到的直接信息逐渐增加，决策者做出决策的期望效用一定是弱递增的。这意味着在主观上，研究者们可以确定随着获取直接信息的增加，人们的情况是在逐渐改善的。然而，有关期望效用的结论一直存在一个缺点，即无法被直接观测，因而很难验证与期望效用相关的结论，也很难去讨论这些结论背后的假设的合理性，这使得研究者难以验证有关效用的结论的正确性。因此，寻找一个研究者可以客观观测到的与决策质量相关的变量就显得十分必要了，笔者认为决策者事前做出正确决策的概率是较为合适的。该变量很好的衡量了决策者在不确定条件下决策的正确可能性，同时研究者也可以从决策者的决策中观察到该数量。

然而，在不确定的决策环境下，随着独立的直接信息数量的增加，遵循贝叶斯更新法则

的决策者的决策质量是否是弱增加的，这个结论却不像信息数量与事前期望效用之间的关系那样明显。随着决策者获取直接信息的增加，决策的事前正确率水平的变化并非是简单的单调，而是不确定的，其即存在上升的情况，也会出现下降的情况。而这个决策质量随着信息数量趋于无穷又将最终达到最高，即客观上肯定能够做出正确的选择。因而，从总的趋势来说，随着直接信息数量的增加，决策者的决策数量一定是要上升的。

考虑到这个决策正确的概率是一个客观的衡量决策者决策质量的因素，因此，从上可以看出，主观上决策者得到更多相关信息后做出的的决策是越来越好的，最少不会变坏；可是客观上却可能出现决策者得到更多相关信息后决策质量下降的情况。这一主观与客观的偏离在决策问题中还未得到比较好的解释。而这种偏离的存在又是引人注意的。

同时，主观的效用随着直接信息数量的弱增加，以及决策质量当信号数量趋于无穷时趋于最大化，又意味着两者之间存在着一种趋同的力量，使得主观和客观之间能够得到统一。这种局部的偏离和趋势的统一是引人关注的。

有关这种偏离，研究者们得到的结论大多是在相关信息达到无穷大的时候，决策者主观的效用水平和客观的决策质量都将达到最高。有关其中随着信号逐个增加，决策质量是如何变化的研究则非常少见。虽然有一些文章通过实验经济学方法得出了更多信息不一定能保证更高决策质量这样的结论，但是通过模型分析决策质量如何随信号增加而变化，以及讨论在怎样的信号条件下可以确保决策质量一定上升的研究基本没有。

在本文中，笔者通过一个贝叶斯更新下的决策模型讨论了客观可观测的决策质量指标——决策正确率是如何随事前信号个数变化而变化的，同时给出了决策正确率与信号个数之间的数学表达，给出了一个讨论客观决策质量与信息数量之间变化关系的框架。

1.2 结构安排、创新及不足

本文先通过文献综述，说明与本文研究相关的文献以及相关的经济学分支的联系，同时对文中的重要概念进行了解释和说明。之后，通过模型构建，说明了文章建模过程中应用到的基本假设，以及基本模型框架，同时定义并且阐述决策质量的衡量指标和相关意义。在此基础上，通过一个简单的数字模型说明随着信号的增加，决策者的决策质量的确存在下降的情况，以证明贝叶斯决策者在获取更多的直接信息后并不能保证其事前决策质量一定增加或者保持不变。在数字阐述后，以之前建立的简单模型为基础，通过一个信号逐个增加的数值模拟，进一步展现随着信号增加，决策质量与信号数量之间存在的关系。该部分通过图形直

观的展示了决策质量与信号个数之间的数量关系，呈现其存在的“波浪式”增长关系，并为后文的分析做出直观展示。最后，将前文的数字模型以及数值模型抽象化，通过一个二元选择模型，分析决策质量随信号变化过程中的具体情况。同时，在建立完善模型的基础上，通过对模型的核心参数进行分类讨论，逐步得出在核心参数取值范围满足不同条件情况下如何保证决策质量随信号个数增加而一定上升的条件。在讨论完模型构建部分之后，本文继续分析论文中提出的一些重要概念的更深刻的含义，同时分析文章中重要问题的经济学以及哲学方面的引申以及相关的进一步研究的说明。最后，文章将给出一个利用实验经济学方法对文中模型所得出的结论进行验证的实验思路和实验的基本框架设立，从而进一步讨论如何利用经济学实验对本文提出的结论进行实验验证。

本文的创新之处在于以下几点：首先，本文得到了一个决策质量的可计算指标，即事前决策正确率，并且在贝叶斯更新法则之下得到了该指标的计算公式，同时进一步分析了该指标与贝叶斯决策框架下的一些核心变量之间的关系；之后，本文讨论了贝叶斯更新法则下，决策质量与信号个数之间的局部关系，这与相关文献大多只讨论大致趋势相比有了极大进步。同时，笔者还得到决策质量与信号个数之间的表达式，可以量化分析二者之间的关系；在此基础上，本文通过数字模型，数值模型，以及数学模型三个方面展现了信号个数与决策质量之间存在的周期性的关系，该关系的存在及其论证是本文一个重要的发现和创新；同时，利用文中提出的相关概念，本文分析了其与其他学科之间产生交叉应用的可能，并对利用本文的基本思想进行进一步研究做出了展望；最后，笔者利用所得到的信号数量与决策质量之间的周期关系，设计了一个实验框架，作为之后进一步利用经济实验对相关结论进行检验打下基础。

本文的不足在于对于文章给出的理论结论只进行了实验验证的框架讨论，而并没有进行真正的实验验证。同时，文章的模型还较为简单，只是一个二元的离散信号模型，对于一般的连续化的信号模型，以及更为复杂的决策模型，文章的结论还需进一步验证。同时，对文中一些概念的阐述还有待进一步加深，其背后存在的经济解释和哲学解释也需要进一步进行深入的挖掘。

因此，进一步地，笔者希望能通过实验验证本文的结论是否成立，并且利用实验数据讨论和完善模型设定。在此基础上，考虑将模型中的信号连续化，讨论连续信号模型下的决策质量是如何决定于信号的数量或者相关因素的。同时，可以考虑将模型的选择集合扩大，讨论一般情况下模型的结论是否保持，及其相关的应用。并且希望本文中所用到的方法能在有

关决策质量的建模问题以及分析上给出一些有用的启示。在此基础上，笔者希望文中得到的一些概念能够得到更为普适的阐释，以及更为广泛的应用。笔者也相信文中的结论是普遍存在的规律，并且希望在之后的研究工作中能够对完成结论在更为普遍的环境下的论证工作，同时，对本文中得到的结论在更为一般的环境下进行阐述和分析。通过之后的研究分析，笔者希望能够得到一个完善的决策质量的分析方法，用以分析决策质量与更多决策相关变量之间的联系，并且能够得到更多的评价贝叶斯法则等相关法则合理性的方法。同时利用实验方法，设计相关的实验，对文中以及之后研究中得出的结论进行实验检验，并利用实验结果进一步修订和指导理论和模型的研究工作。

二、文献综述与相关概念说明

2.1 有关贝叶斯决策理论的研究综述

贝叶斯方法始在十八世纪被贝叶斯提出后，在十九世纪被拉普拉斯进一步发展和推广，然而其真正受到大范围应用和研究是在二十世纪八十年代附近，由于马尔科夫蒙特卡洛方法的提出，贝叶斯模型的相关计算问题才得到解决。

自从贝叶斯方法开始被经济学和统计学加关注开始，与贝叶斯定理有关的应用就变得越来越重要而且广泛。考虑到贝叶斯决策就是在不完全情报下，对部分未知的状态用主观概率估计，然后用贝叶斯公式对发生概率进行修正，最后再利用期望值和修正概率做出最优决策。因而研究决策者在不完全信息下的决策问题时，该理论有着得天独厚的优势。

Slovic^[1]指出，在决策过程中人们往往忽略了不确定性的的重要性。而 Roman^[2]则对为何决策者会使用贝叶斯框架来进行决策和对未来做出推断的问题做出了一系列的讨论，他指出，在决策过程中引入不确定性后，传统的概率分析得到的决策结果往往是次优的，而应用贝叶斯框架得到的决策结果则在某些条件下优于传统概率理论得到的推论，因而贝叶斯框架作为研究决策者最优决策的理论框架有着其合理性。

而随着行为经济学研究的不断深入，贝叶斯框架作为研究决策者在不确定问题中的决策问题，以及决策者的在信号中的学习问题的基本框架，在各种各样的研究中都得到了广泛的应用和大量的检验。

例如，Herbert Robbins^[3]讨论了统计决策问题中的贝叶斯实证问题，为大家运用贝叶斯方法对不同种类的数据进行实证给出了依据。Arndt Broder^[4]讨论了多状态决策下贝叶斯策略的评价问题，Charness Gary^[5]则在实验中讨论了在一些较为复杂的决策问题中，贝叶斯法则可能出现的失效情况，Paul Chiou^[6]讨论了以 Beta 分布为先验分布的二项分布为样本的决策问题。

2.2 有关贝叶斯更新的研究综述

在所有的运用贝叶斯方法的模型中，学习以及类搜寻模型中运用较多的则是利用贝叶斯

更新规则对新加入的信息进行更新的模型。虽然贝叶斯更新规则不是唯一的理性更新规则，但是由于在贝叶斯更新规则下允许对未知信息做出最自由的假设，并且在大量的实证和实验中贝叶斯更新规则都有着较好的表现。因而作为一种研究理性决策者在逐个信号加入情况下的序贯决策行为，贝叶斯更新规则还是有着极好的表现的。

有关贝叶斯更新在决策者主观决策中的应用，Duda, Hart^[7]给出了一个依托于一系列新信息下应用依据一定规则决定的推断方法对先验的概率和假设进行更新的方法。在此基础上，Zucker, Muresan^[8]则进一步讨论了在独立性假设下 Duda 等人提出的模型，并给出了在独立性假设下，并非所有的后续的证据都能在 Duda 等人的模型设定下改变先验的概率假设，因而更新可能无法进行。然而，Clark Glymour^[9]则找到了 Zucker 等人讨论中存在的错误，并进一步讨论了独立性假设在贝叶斯更新规则中的作用。随后在一系列的讨论之后，独立性假设在贝叶斯更新框架下的应用确实是需要注意的，在有的情况下，独立性假设可能导致无法更新假设的概率。然而这个结果依托于对信号的特殊假设，若独立信号并非极其特殊，则新信号是可以对先验的分布进行更新的。

而在实验上对于贝叶斯更新法则下决策者行为的研究中，有一些结论则认为决策者并无法完全按照贝叶斯更新法则进行决策。Charness Gary^[10]的文章利用实验讨论了，当问题的复杂程度上升时，决策者在实验中得到的决策可能并非是理论上贝叶斯更新法则给出的最优解。

Barron and Erev^[11]和 Fujikawa and Oda^[12]报告了在不确定性下，尤其是在基于微小反馈下的决策实验。Barron and Erev 指出，即使是驾驶也是需要重复的技术以及在路线、速度以及其他方面进行反复的选择。尽管在这样的微笑决策中只需要很少的时间以及努力，他们也可能是重要的。他们还指出，每年美国的估计交通事故成本超过 1000 亿美元，并且很多事故至少部分原因是因为先验的不理性决策。

随着贝叶斯更新规则下决策模型的研究深入，在这个框架下引入一些其他因素来放宽行为人的理性假设也成为可能，其中新近的研究将目光集中到了信号获取问题上。

2.3 有关稀缺注意力的研究综述

随着 Simon^[13]和 Kahneman^[14]的有关研究，研究者们逐渐意识到决策者在决策中获取信息也需要付出成本，因为注意力也是稀缺的。而 Simon^[15]两篇文章则首次提出了注意力稀缺模型的理论框架，并在此基础上提出了理性的忽视的概念。这些研究中，基本有关决策者的信息获取以及更新过程的设定，基本都运用了贝叶斯方法。在此基础上，有关理性的忽视的概

念提出了。其主要用于说明当问题变得越发复杂时，由于决策者的注意力是有限的，于是决策者必须决定如何理性的分配自己有限的注意力的问题。而 Alisdair McKay^[16] 的文章研究了有限注意情况下的离散选择模型，并得出了一个 logit 模型的微观基础；Maximilian Mihm^[17] 则讨论了稀缺注意力下的决策行为。

而有关注意力缺失模型的实验研究则以 Caplin, Dean and Martin^[18] 的研究最为经典，他们的研究通过实验的方法直接考虑了决策者的注意力和一系列相关变量的关系。他们认为决策制定者掌握的信息通常是不完全的，因而他们进行了一个选择理论实验来探究不完全搜索可能导致的决策错误。考虑将问题的复杂程度逐渐加大，而让决策者在任意时间内完成问题，并观测其决策结果的优劣，他们发现问题的复杂程度会影响决策者的最终表现，在这个基础上，他们间接的证明了注意力确实是稀缺的，这也支持 Simon 的注意力是稀缺的结论。

Caplin and Martin^[19] 对最优信息获得模型建立了“显示性偏好”检验。检验包含理性忽视理论和相继信号处理和搜寻。注意力花费的成本可以从选择集的数量大小施加限制。他们在实验中引出检验所需要的“依情况而定的”统计性选择数据的形式。他们发现研究对象根据激励调整他们注意力的强度和中心。他们的检验从数量上证明了注意力成本的存在，以及其可能被很好的建模捕捉。

而之后，随着注意力缺失模型的发展，在考虑注意力是有限的的基础上，研究者们开始将注意力作为一项有成本的约束引入模型之中，于是出现了对注意力的成本函数的设定。

这些利用到注意力成本函数的研究中，对本文启发较大的是 Andrew Caplin, Mark Dean^[20] 利用贝叶斯方法研究理性的忽视在状态依赖的随机决策问题中出现及其合理性的文章。文章中讨论了事前效用水平随着信号增多而必定增加，而对于决策质量则会出现下降，但最终会达到最大。

2.4 有关行为经济学的说明

行为经济学将经济学思维与心理学、脑科学等现代学科有机结合，以发现和弥补现有经济理论的错误和遗漏。从而得以修正经济学关于理性人、自利行为、效用最大化等一系列假设和理论，并且能够辅助相关替代假说的提出和验证的经济学分支学科。

从 Daniel Kahneman 于 1979 年提出前景理论开始，行为经济学已经经过了长足的发展。由一个经济学的非主流学派成长成为经济学科中重要的分支，其坚持的对现实人类的研究非常重要。有关行为经济学与传统的新古典经济学的区别，McFadden 在 2000 年的诺贝尔经济

Degree papers are in the “[Xiamen University Electronic Theses and Dissertations Database](#)”.

Fulltexts are available in the following ways:

1. If your library is a CALIS member libraries, please log on <http://etd.calis.edu.cn/> and submit requests online, or consult the interlibrary loan department in your library.
2. For users of non-CALIS member libraries, please mail to etd@xmu.edu.cn for delivery details.